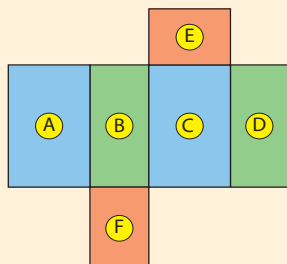
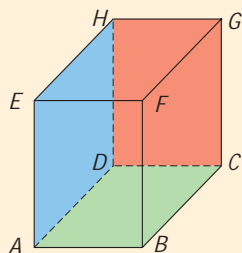
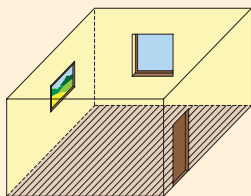
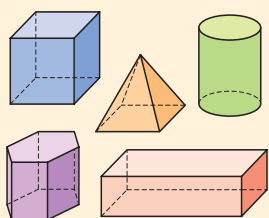


Rozdział IV

GEOMETRIA PRZESTRZENNA

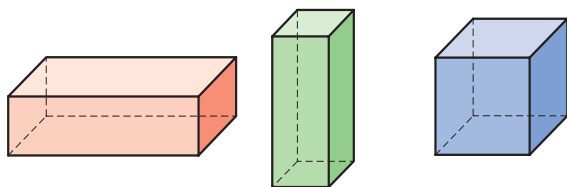


W TYM ROZDZIALE:

- ▶ Poznajemy prostopadłościan.
- ▶ Odkrywamy własności prostopadłościanu.
- ▶ Poznajemy sześcian i odkrywamy jego własności.
- ▶ Rysujemy siatki prostopadłościanów.
- ▶ Rysujemy siatki sześcianów.
- ▶ Obliczamy powierzchnię podłogi, sufitu i ścian naszego pokoju i sali lekcyjnej.
- ▶ Obliczamy pole powierzchni prostopadłościanu.
- ▶ Obliczamy pole powierzchni sześcianu.
- ▶ Rozwiązujemy zadania tekstowe.
- ▶ Powtarzamy wiadomości.

1. Poznajemy prostopadłościan

Ćwiczenie 1.



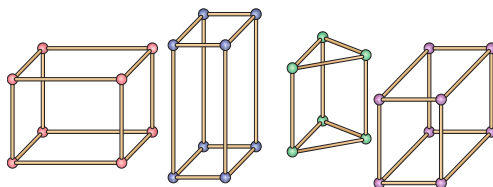
Narysowane obok figury to prostopadłościany. Prostopadłościany to figury przestrzenne.

- Wśród przedstawionych obok pudełek tylko dwa są w kształcie prostopadłościanu. Wskaż dwa pozostałe pudełka i wyjaśnij, dlaczego ich nie możemy nazwać prostopadłościanami.
- Wśród figur przestrzennych narysowanych na tytułowej stronie tego rozdziału wskaż prostopadłościany.
- Wymień obiekty lub przedmioty z Twojego otoczenia, które mają kształt prostopadłościanów.



Ćwiczenie 2.

- Przygotuj kawałek plasteliny oraz 12 patyczków jednakowej długości. Z patyczków zbuduj model prostopadłościanu. Za pomocą plasteliny połącz ze sobą patyczki.
- Spójrz obok na modele figur przestrzennych wykonanych przez dzieci. Który z nich nie jest prostopadłościanem?

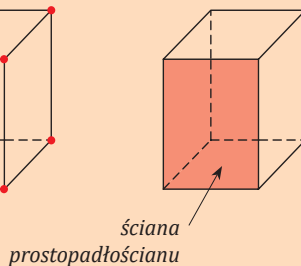
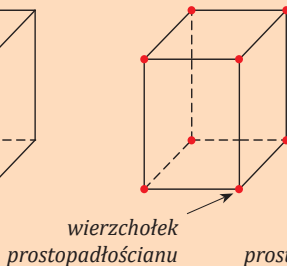
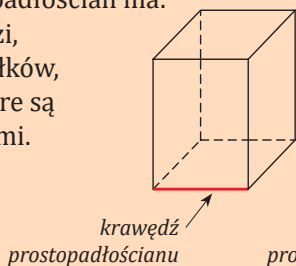


ZAPAMIĘTAJ

Narysowane poniżej figury to prostopadłościany.

Każdy prostopadłościan ma:

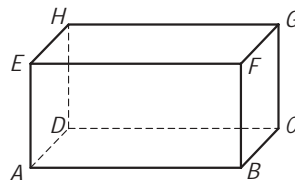
- 12 krawędzi,
- 8 wierzchołków,
- 6 ścian, które są prostokątami.



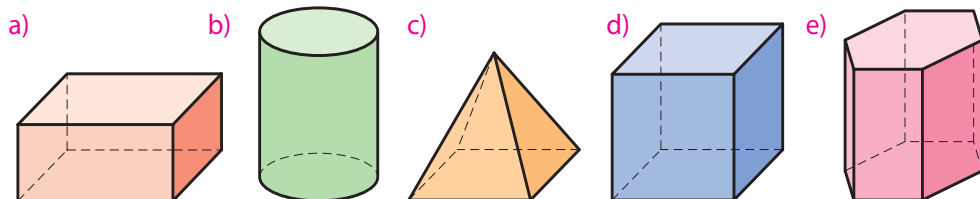
ZADANIA

- **Zadanie 1.** Spójrz na prostopadłościan $ABCDEFGH$, a następnie wypisz wszystkie jego:

- wierzchołki,
- krawędzie,
- ściany.



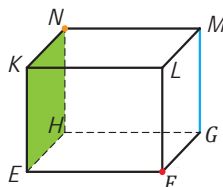
- **Zadanie 2.** Spójrz na poniższe figury przestrzenne i wskaź figury, które nie są prostopadłościanami.



Wymyśl jak najwięcej powodów, dla których figury w podpunkcie c) nie można nazwać prostopadłościanem.

- **Zadanie 3.** Spójrz na prostopadłościan $EFGHKL MN$, a następnie wypisz:

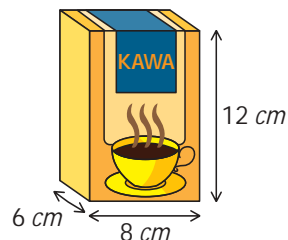
- ściany, których wspólną krawędzią jest krawędź niebieska,
- krawędzie, których wspólnym wierzchołkiem jest wierzchołek czerwony,
- ściany, których wspólnym wierzchołkiem jest wierzchołek czerwony,
- ściany, które mają wspólną krawędź ze ścianą zamalowaną na zielono,
- krawędzie, których wspólnym wierzchołkiem jest wierzchołek żółty.



Wypisz wszystkie pary ścian o wspólnej krawędzi.
Wypisz wszystkie trójki ścian o wspólnym wierzchołku.
Wypisz wszystkie trójki krawędzi o wspólnym wierzchołku.

- **Zadanie 4.**

- Spójrz na opakowanie kawy. W jakim jest kształcie?
- Odpowiedz na pytanie: Jaką figurą płaską jest każda ściana prostopadłościanu?
- Odczytaj z rysunku wymiary widocznych ścian. Narysuj w zeszycie te trzy ściany.

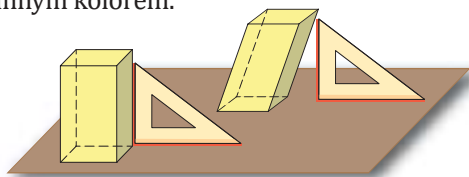


2.

Odkrywamy własności prostopadłościanu

Ćwiczenie 1.

- a) Przygotuj pudełko po herbacie lub kawie, które jest w kształcie prostopadłościanu i zmierz linijką długości wszystkich jego krawędzi. Co zauważyłeś?
- b) Wskaż dwie ściany tego prostopadłościanu, które mają takie same wymiary i zakresuj je zielonym pisakiem. Ile jeszcze par ścian o tych samych wymiarach możesz wskazać? Każdą parę zakreskuj innym kolorem.
- c) Na stole znajdują się dwa modele figur przestrzennych. Wskaż model prostopadłościanu. Wyjaśnij, dlaczego narysowana ekierka może ułatwić Ci to zadanie.



* Dokończ zdanie: Każde dwie sąsiadujące ze sobą ściany ?.

Ćwiczenie 2.

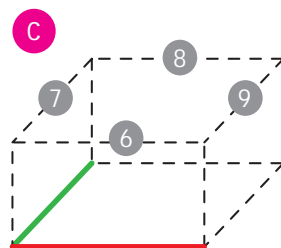
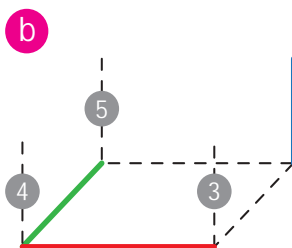
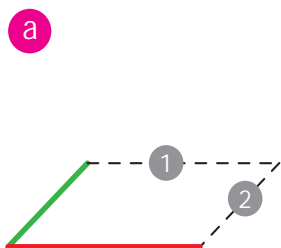
Jarek miał 12 patyczków. Wśród nich były patyczki czerwone, zielone i niebieskie. Patyczki takiej samej długości miały jednakowy kolor.

Chłopiec postanowił zbudować z nich prostopadłościan.

Jakie kolory muszą mieć patyczki oznaczone numerami:

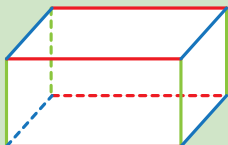
- a) 1 i 2,
b) 3, 4, 5,
c) 6, 7, 8, 9,

aby powstał ten prostopadłościan?



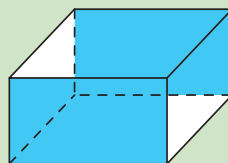
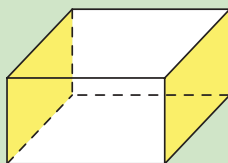
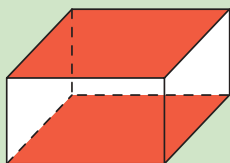
ZWRÓĆ UWAGĘ

1. W prostopadłościanie można wskazać krawędzie jednakowej długości.



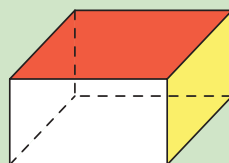
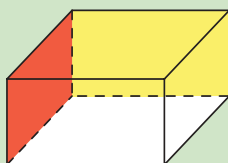
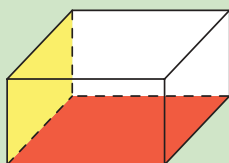
Na rysunku krawędzie zaznaczone tym samym kolorem mają jednakową długość.

2. Prostopadłościan ma trzy pary ścian równoległych.



Na rysunku ściany oznaczone tym samym kolorem (nie białym) są równoległe.

3. Każde dwie sąsiadujące ze sobą ściany są prostopadłe, np.:

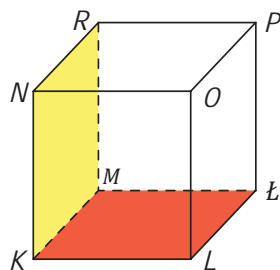


Na rysunku ściana oznaczona kolorem czerwonym jest prostopadła do ściany oznaczonej kolorem żółtym.

ZADANIA

• Zadanie 1.

- Wypisz wszystkie krawędzie, które mają taką samą długość jak krawędź KN .
- Wypisz ścianę równoległą do ściany zamalowanej na czerwono.
- Wypisz ściany prostopadłe do ściany zamalowanej na żółto.



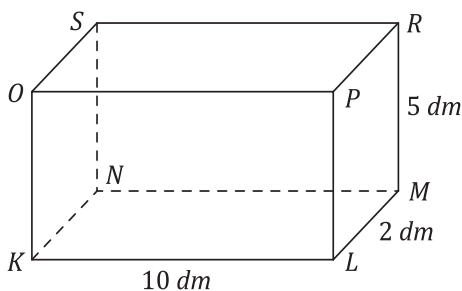
- Wskaż ścianę prostopadłą do ściany $NOPR$ i jednocześnie równoległą do ściany $KMRN$.
- Ile jest ścian prostopadłych do ściany $LLPO$ i ściany $M\overline{L}PR$?
- Która ściana jest prostopadła do ściany równoległej do ściany $KMRN$?



Wymyśl podobne pytania i poszukaj na nie odpowiedzi.

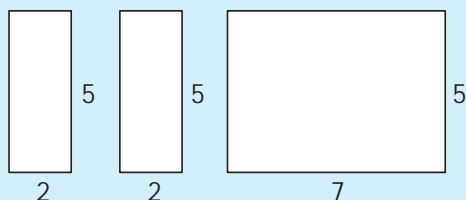
- Spójrz na prostopadłościan i wypisz wszystkie krawędzie, które mają długość:

- 10 dm ,
- 5 dm ,
- 2 dm .

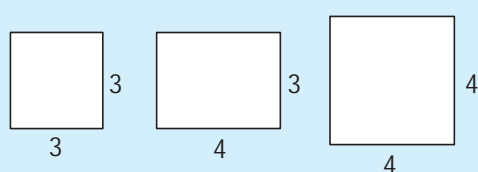


- Czy narysowane poniżej trzy prostokąty mogą być ścianami tego samego prostopadłościanu? Dlaczego?

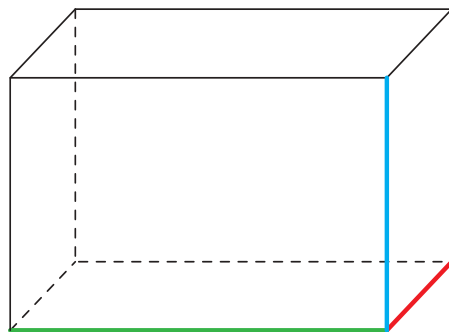
a)



b)



- **Zadanie 3.** Spójrz obok na prostopadłościan. Krawędź oznaczona kolorem czerwonym ma długość 20 mm , niebieska – 40 mm , a zielona – 60 mm . Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi tego prostopadłościanu.

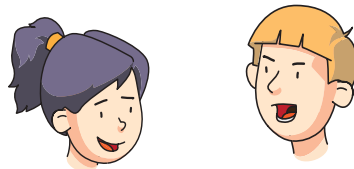


Ania, wykonując zadanie 3, zapisała w zeszycie następujące działania:

$$20\text{ mm} + 40\text{ mm} + 60\text{ mm} = 120\text{ mm}$$

$$4 \cdot 120\text{ mm} = 480\text{ mm}$$

Czy dziewczynka poprawnie rozumowała? Czy poprawnie wykonała zadanie? Dlaczego? Na czym polega jej sposób?



Karol stwierdził, że znając jedynie sumę długości trzech krawędzi prostopadłościanu wychodzących z jednego wierzchołka, można obliczyć sumę wszystkich krawędzi tego prostopadłościanu. Czy Karol miał rację? Dlaczego? Oceń jego wypowiedź.

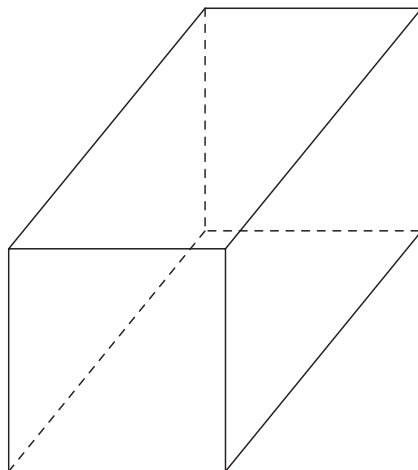
- * Suma wszystkich krawędzi prostopadłościanu wynosi 48 cm . Jakie wymiary może mieć ten prostopadłościan? Podaj kilka możliwości.

- **Zadanie 4.** Jedna z krawędzi prostopadłościanu ma długość 13 cm , a jedna ze ścian tego prostopadłościanu jest kwadratem o boku długości 7 cm .

- Ile krawędzi długości 13 cm ma ten prostopadłościan?
- Ile krawędzi długości 7 cm ma ten prostopadłościan?
- Ile wynosi suma długości trzech krawędzi o wspólnym wierzchołku?
- Jakie wymiary ma ściana tego prostopadłościanu niebędąca kwadratem?



Na podstawie treści zadania wymyśl kolejne pytania i odpowiedz na nie.



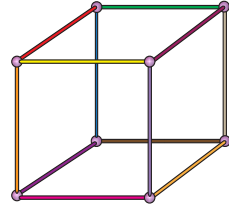
3.

Poznajemy sześcián i odkrywamy jego własności

Ćwiczenie 1.

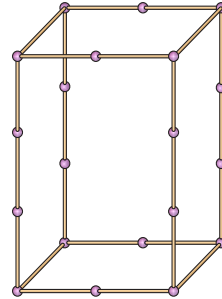
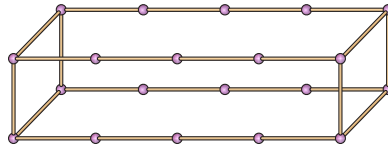
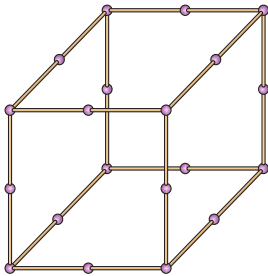
Kinga miała 12 kolorowych patyczków, z których zbudowała prostopadłościan pokazany na rysunku obok. Każdy patyczek miał długość 9 cm.

- Ile wynosi suma długości patyczka czerwonego, niebieskiego i zielonego?
- Jaką długość ma każda krawędź tego prostopadłościanu?
- Czym są wszystkie ściany prostopadłościanu, którego model wykonany został z patyczków Kingi?



Ćwiczenie 2.

Z patyczków jednakowej długości zbudowano prostopadłościany. Który z prostopadłościanów ma wszystkie krawędzie jednakowej długości? Po czym to poznasz?

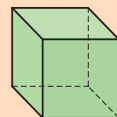
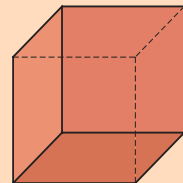
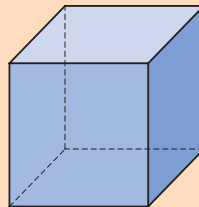


ZAPAMIĘTAJ

Prostopadłościan, którego wszystkie krawędzie mają jednakową długość, nazywamy sześciánem.

Ściany każdego sześciánu są kwadratami.

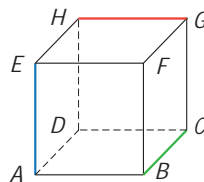
Na rysunku obok przedstawiono przykłady sześciánów.



ZADANIA

• **Zadanie 1.** Spójrz na sześcian $ABCDEFGH$.

- Jaką długość mają pozostałe krawędzie, jeżeli krawędź AB ma długość 4 cm ?
- Oblicz sumę długości krawędzi czerwonej, zielonej i niebieskiej.
- Narysuj w zeszyte jedną ścianę tego sześcianu. Jaka to figura płaska?

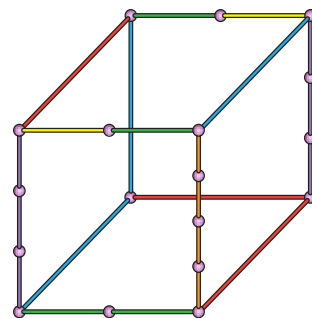


• **Zadanie 2.**

- Wiedząc, że krawędź sześcianu ma długość:
 - 5 cm ,
 - 12 cm ,
 - 30 cm ,
 oblicz sumę długości wszystkich jego krawędzi.
- Oblicz długość jednej krawędzi sześcianu, wiedząc, że suma długości wszystkich jego krawędzi wynosi 72 cm .

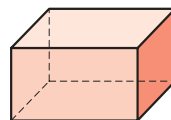
• **Zadanie 3.** Michał zbudował szkielet sześcianu z kolorowych patyczków. Patyczki tego samego koloru miały jednakową długość. Zauważ, że każdą krawędź tego sześcianu mógł zbudować z kilku takich patyczków.

- Ile razy patyczek czerwony jest dłuższy niż fioletowy?
- Wiedząc, że patyczek niebieski ma długość 24 cm , oblicz długość pozostałych patyczków.



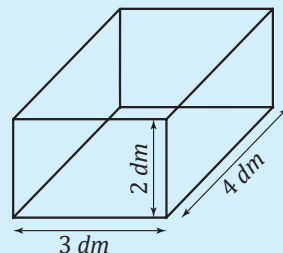
Ułóż podobne pytania (polecenia) do tego zadania, a następnie poszukaj na nie odpowiedzi i rozwiązań.

• **Zadanie 4.** Dlaczego narysowanego obok prostopadłościanu nie nazwiemy sześcianem? Wymień dwa powody.



* Iza zbudowała z drutu prostopadłościan, którego krawędzie wychodzące z jednego wierzchołka mają długości: 2 dm , 3 dm , 4 dm . Karol z drutu zbudował sześcian. Oblicz długość krawędzi tego sześcianu, wiedząc, że druty Izy i Karola miały taką samą długość.

Czy z drutu Izy można zbudować szkielet innego prostopadłościanu?



4.

Rysujemy siatki prostopadłościanów

Ćwiczenie 1.

- a) Przygotuj pudełko w kształcie prostopadłościanu, a następnie rozetnij je wzdłuż kilku krawędzi, w taki sposób, aby dało się rozłożyć je płasko na ławce. Czy otrzymana w ten sposób figura u każdego ucznia ma taki sam kształt? Od czego to zależy?
- b) Przygotuj kolejne trzy pudełka w kształcie prostopadłościanów i rozetnij je w taki sposób, aby za każdym razem otrzymać inny kształt siatki.



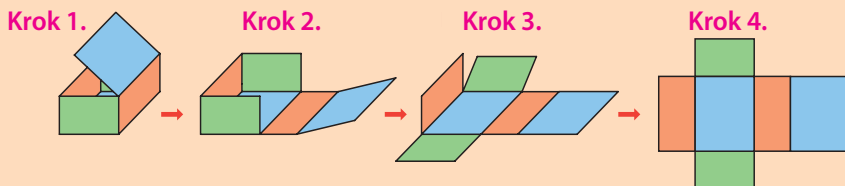
Po rozcięciu prostopadłościanu według podanej instrukcji, otrzymujemy figurę płaską, którą nazywamy **siatką prostopadłościanu**.

Ćwiczenie 2.

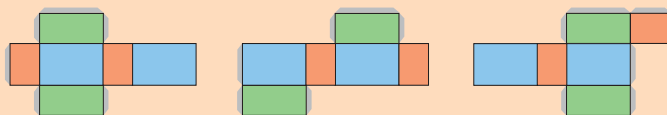
Przygotuj jedną siatkę prostopadłościanu z ćwiczenia 1, a następnie zmierz za pomocą linijki długości wszystkich krawędzi. Ściany o jednakowych wymiarach zakreskuj tym samym kolorem.

ZAPAMIĘTAJ

Po rozcięciu pudełka w kształcie prostopadłościanu wzdłuż siedmiu krawędzi, otrzymujemy **siatkę prostopadłościanu**.



Siatki tego samego prostopadłościanu mogą mieć różne kształty, np:



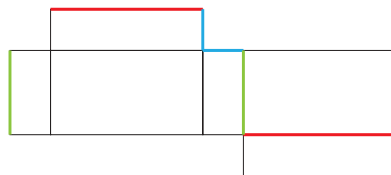
Dorysowane do każdej siatki szare „zakładki” służą do sklejania sąsiednich ścian prostopadłościanu.

ZADANIA

Zadanie 1. Spójrz na siatkę prostopadłościanu.

- a) Co powiesz o długości krawędzi tego prostopadłościanu, które na siatce zaznaczone są kolorem:

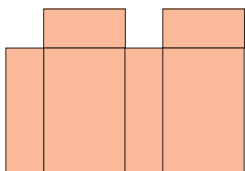
1) czerwonym, 2) zielonym, 3) niebieskim?



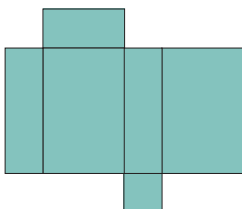
- b) Przerysuj siatkę do zeszytu, a następnie zaznacz na niej tym samym kolorem krawędzie równej długości. Ile musisz wziąć kredek różnego koloru?



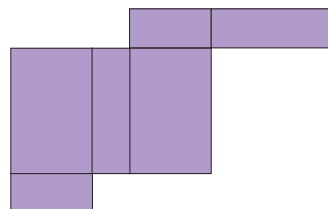
Ania, Ewa i Jola chciały narysować siatki prostopadłościanów. Która z dziewczynek wykonała poprawnie zadanie, a które popełniły błędy? Na czym one polegają?



rysunek Ani



rysunek Ewy



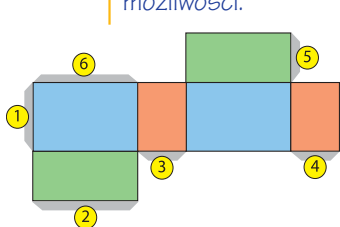
rysunek Joli



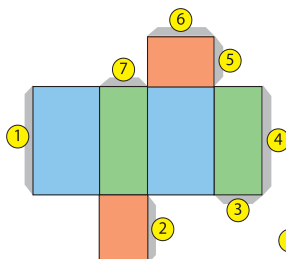
Zadanie 2. Narysuj w zeszytu siatkę prostopadłościanu o krawędziach długości: 3 cm, 5 cm i 6 cm. Jednakowym kolorem zamaluj ściany o takiej samej powierzchni.



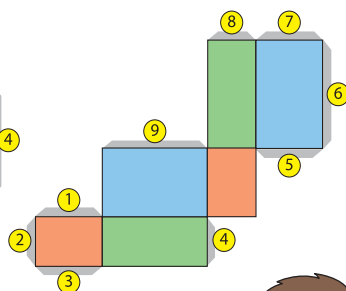
Tomek, Arek i Michał narysowali siatki prostopadłościanów, a następnie dorysowali zakładki, aby po wycięciu siatki mogli skleić ze sobą odpowiednie ściany. Czy któryś z chłopców poprawnie wykonał zadanie? Który narysował za dużo zakładek, a który za mało? Gdzie należy dorysować zakładki, a które można usunąć? Podaj kilka możliwości.



rysunek Tomka



rysunek Arka



rysunek Michała



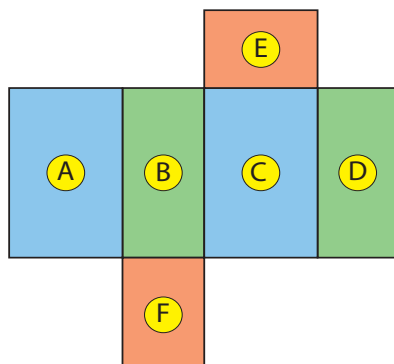
• **Zadanie 3.** Narysuj na kartce z bloku rysunkowego siatkę prostopadłościanu o wymiarach:

- a) $4\text{ cm}, 7\text{ cm}, 4\text{ cm}$,
 b) $5\text{ cm}, 9\text{ cm}, 5\text{ cm}$.

Dorysuj zakładki, następnie wytnij i sklej siatkę tak, aby powstał prostopadłościan.

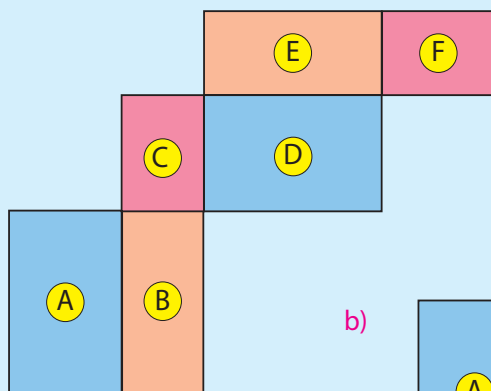
• **Zadanie 4.** Spójrz na poniższą siatkę prostopadłościanu, a następnie wymień wszystkie ściany:

- a) równoległe do ściany oznaczonej literą A ,
 b) prostopadłe do ściany oznaczonej literą D ,
 c) prostopadłe do ściany oznaczonej literą F .

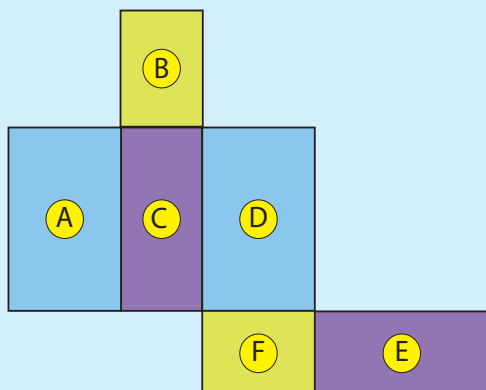


* Spójrz na siatki prostopadłościanów. Które ściany są prostopadłe, a które równoległe do ściany oznaczonej literą F ?

a)



b)



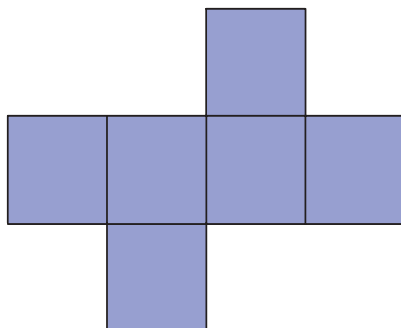
5. Rysujemy siatki sześciianów

Ćwiczenie 1.

Spójrz na siatkę prostopadłościanu narysowaną poniżej, a następnie zmierz i podaj długości wszystkich krawędzi tego prostopadłościanu. Co zauważyłeś?

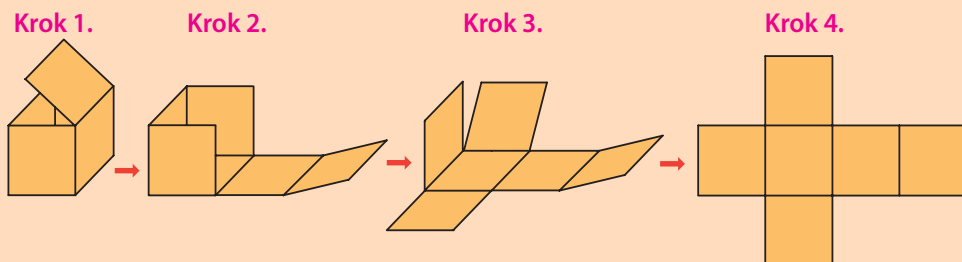
W jakim kształcie jest każda ściana prostopadłościanu, którego siatka przedstawiona jest na rysunku?

Jak nazywa się prostopadłościan, którego siatka jest narysowana poniżej?

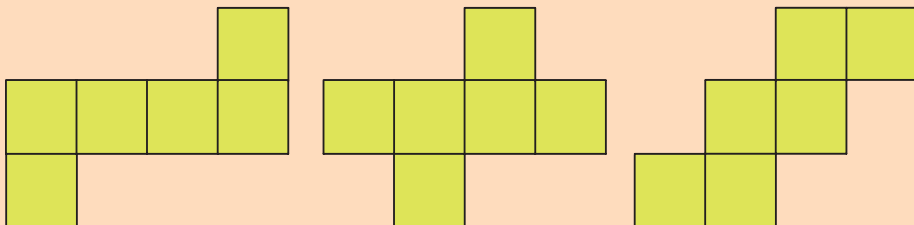


ZAPAMIĘTAJ

Każda siatka sześciannu składa się z sześciu jednakowych kwadratów.



Siatki tego samego sześciannu mogą mieć różne kształty, np.:

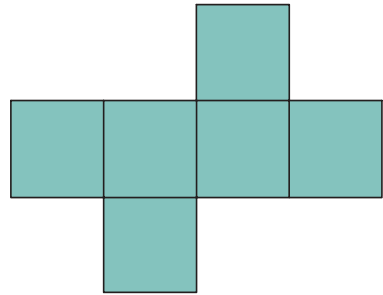


Kształt siatki zależy od wyboru krawędzi, wzdłuż których chcemy rozciąć ten sześciann.

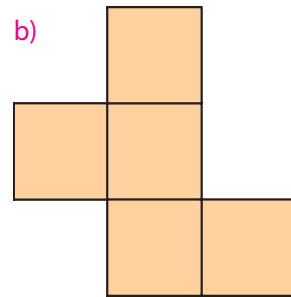
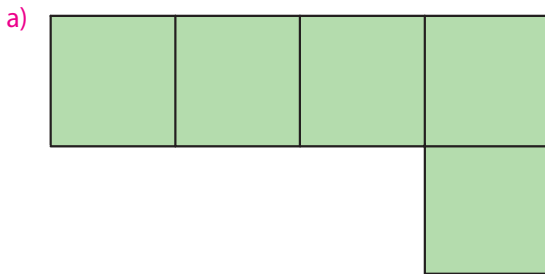
ZADANIA

• **Zadanie 1.** Rysunek przedstawia siatkę sześcianu.

- a) Zmierz i podaj długość krawędzi tego sześcianu, a następnie przerysuj tę siatkę do zeszytu.
- b) Narysuj w zeszytcie siatkę sześcianu o krawędzi długości 4 cm.



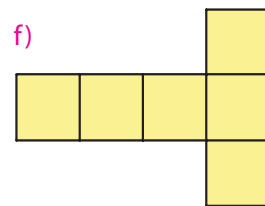
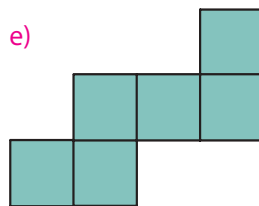
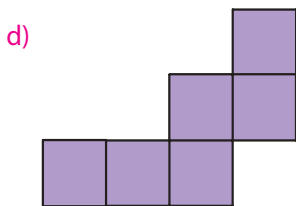
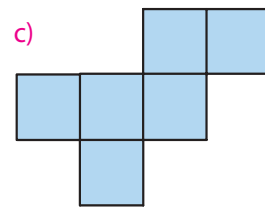
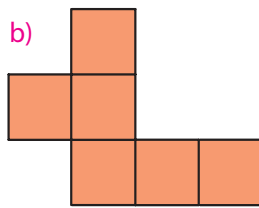
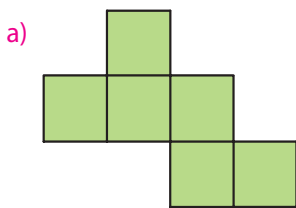
• **Zadanie 2.** Przerysuj do zeszytu poniższe rysunki. Dorysuj brakujące ściany tak, aby powstały siatki sześcianów.



* Ile znasz możliwości?



Wiesz już, że siatki sześcianu mogą mieć różne kształty. Spójrz na rysunki i powiedz, który z nich przedstawia siatkę sześcianu, a który nie jest siatką sześcianu. Dlaczego?

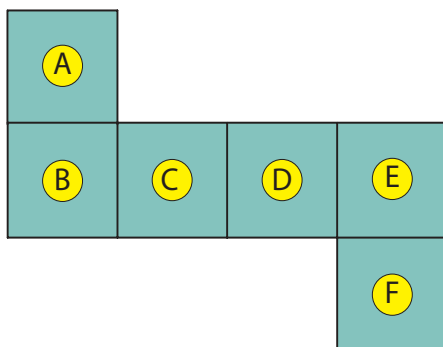


Jeżeli nie potrafisz odnaleźć siatek sześcianu, przerysuj rysunki na kartkę z bloku technicznego, wytnij je i spróbuj złożyć z nich sześciany.

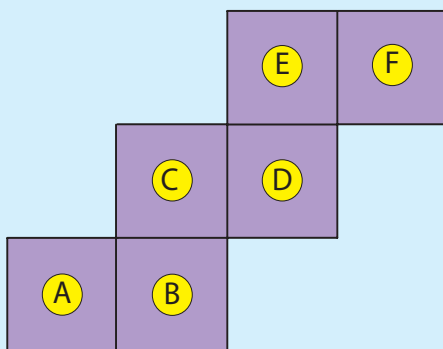
Zadanie 3. Spójrz na siatki sześcianów, a następnie napisz nazwy ścian:

- równoległych do ściany A,
- prostopadłych do ściany B.

a)



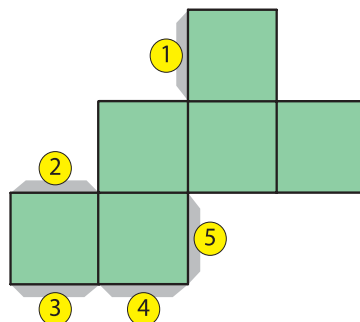
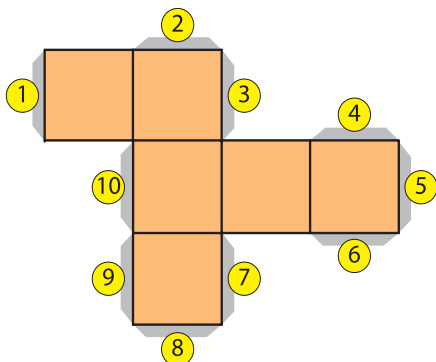
* b)



Zadanie 4. Narysuj jak najwięcej różnych siatek sześcianu o krawędzi długości 3 cm.



Do poniższych siatek sześcianu dorysowano zakładki. Przyjrzyj się uważnie tym rysunkom i powiedz, gdzie narysowano za mało, a gdzie za dużo zakładek.



6.

Obliczamy powierzchnię podłogi, sufitu i ścian naszego pokoju i sali lekcyjnej

Ćwiczenie 1.

Odpowiedz na poniższe pytania oraz wykonaj następujące zadania:

1. W kształcie jakiej figury geometrycznej jest sala lekcyjna, w której się znajdujesz?
2. W kształcie jakiej figury płaskiej są ściany sali lekcyjnej oraz sufit i podłoga?
3. Oblicz i zapisz w zeszycie powierzchnię podłogi sali lekcyjnej.



Zanim wykonasz to zadanie, poproś nauczyciela, aby podał wymiary podłogi, czyli jej długość i szerokość.

4. Zastanów się, jaką powierzchnię zajmuje sufit sali lekcyjnej.



Czy musisz prosić nauczyciela, aby podał Ci wymiary sufitu? Czy możesz podać powierzchnię sufitu bez zbędnych obliczeń? Dlaczego?

Zapisz w zeszycie powierzchnię sufitu.

5. Oblicz i zapisz w zeszycie powierzchnię ściany, na której znajdują się okna (łącznie z powierzchnią okien).



Zanim wykonasz to zadanie, poproś nauczyciela, aby podał wymiary tej ściany.



Czy znasz już jeden wymiar tej ściany? Odpowiedz uzasadnij.

6. Przypomnij sobie wymiary podłogi. Co wspólnego ma podłoga ze ścianą, na której znajdują się okna? Co wspólnego ma sufit z tą ścianą?
7. Oblicz i zapisz w zeszycie powierzchnię ściany równoległej do tej, na której znajdują się okna.



Zastanów się, czy znasz już wymiary tej ściany. Wyjaśnij, czy możesz podać jej powierzchnię bez zbędnych obliczeń.

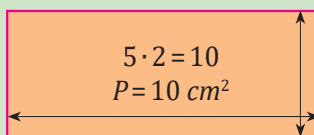
8. Oblicz i zapisz w zeszycie powierzchnię pozostałych ścian sali lekcyjnej.



Zastanów się, czy znasz już wymiary tych ścian? Co wspólnego mają te ściany z podłogą, a co ze ścianami, których powierzchnię już obliczyłeś?

PRZYPOMNIJ SOBIE

Wyobraźmy sobie, że ściany, podłoga i sufit sali lekcyjnej są w kształcie prostokąta. Przypomnij sobie, w jaki sposób obliczamy jego pole.



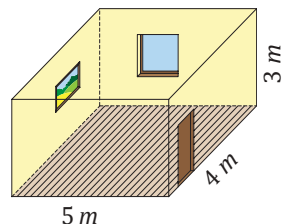
szerokość
prostokąta = 2 cm

długość prostokąta = 5 cm

ZADANIA

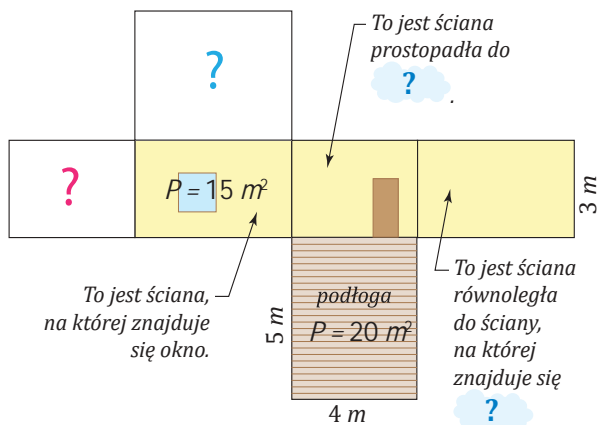
• **Zadanie 1.** Spójrz na rysunek przedstawiający pokój Marka, a następnie:

- Podaj wymiary sufitu i oblicz jego powierzchnię.
- Podaj wymiary ściany, na której wisi obraz. Oblicz jej powierzchnię.
- Podaj wymiary ściany, na której znajduje się okno. Oblicz jej powierzchnię (łącznie z powierzchnią okna).
- Jaką powierzchnię ma ściana równoległa do tej, na której znajduje się okno?



• **Zadanie 2.** Marek przedstawił wymiary i powierzchnię ścian swojego pokoju na siatce pewnego prostopadłościanu.

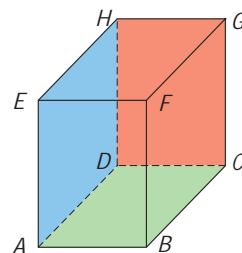
- Pomóż Markowi dokończyć zadanie i powiedz, w jaki sposób chłopiec powinien opisać prostokąt oznaczony czerwonym znakiem zapytania, a w jaki sposób – prostokąt oznaczony niebieskim znakiem zapytania.
- Uzupełnij niedokończone zdania.
- Narysuj siatkę prostopadłościanu i w podobny sposób opisz na niej każdą ze ścian swojej sali lekcyjnej.



• **Zadanie 3.** Spójrz na prostopadłościan $ABCDEFGH$. Wiedząc, że ściana zamalowana kolorem niebieskim ma pole równe 48 dm^2 , zielonym – 32 dm^2 , czerwonym – 24 dm^2 , podaj:

- pole ściany $ABFE$,
- pole ściany $BCGF$,
- pole ściany $EFGH$.

* Podaj długości trzech krawędzi prostopadłościanu $ABCDEFGH$, wychodzących z jednego wierzchołka.



• **Zadanie 4.**

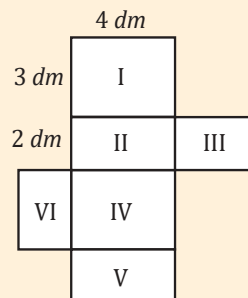
- Narysuj w zeszyte trzy różne prostokąty, będące ścianami prostopadłościanu o krawędziach długości: 3 cm , 5 cm , 6 cm . Oblicz pole narysowanych ścian.
- Czy potrafisz podać pole pozostałych ścian tego prostopadłościanu? Narysuj w zeszyte pozostałe ściany tego prostopadłościanu.

7.

Obliczamy pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu

Ćwiczenie 1.

Obok narysowano siatkę prostopadłościanu. W zeszy- cie wypisz wymiary i oblicz pole każdej ściany tego prostopadłościanu. Następnie oblicz sumę pól wszyst- kich jego ścian.



Ćwiczenie 2.

Kasia, obliczając sumę pól wszystkich ścian prostopa- dłościanu, pokolorowała pary ścian o jednakowym polu takim samym kolorem, a następnie wykonała obliczenia:

$$\text{Pole ściany I} = 4 \text{ dm} \cdot 3 \text{ dm} = 12 \text{ dm}^2$$

$$\text{Pole ściany II} = 4 \text{ dm} \cdot 2 \text{ dm} = 8 \text{ dm}^2$$

$$\text{Pole ściany III} = 3 \text{ dm} \cdot 2 \text{ dm} = 6 \text{ dm}^2$$

$$(2 \cdot 12 \text{ dm}^2) + (2 \cdot 8 \text{ dm}^2) + (2 \cdot 6 \text{ dm}^2) = 24 \text{ dm}^2 + 16 \text{ dm}^2 + 12 \text{ dm}^2 = 52 \text{ dm}^2$$

Suma pól wszystkich ścian prostopadłościanu wynosi 52 dm^2 .



Czy Kasia poprawnie wykonała zadanie? Dlacze- go pole ściany I, II i III pomnożyła przez 2?

Wystarczy obliczyć pole tych trzech ścian.



ZAPAMIĘTAJ

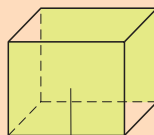
Sumę pól wszystkich ścian prostopadłościanu nazywamy **polem powierzchni całkowitej prostopadłościanu**. Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu będziemy oznaczać P_p , a pola jego ścian będziemy oznaczać kolejno: $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$.

$$12 \text{ cm}^2 + 12 \text{ cm}^2 + 8 \text{ cm}^2 + 8 \text{ cm}^2 + 6 \text{ cm}^2 + 6 \text{ cm}^2 = 52 \text{ cm}^2$$

$$P_p = 52 \text{ cm}^2$$

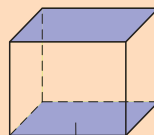
$$2 \cdot 12 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 8 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 6 \text{ cm}^2 = 24 \text{ cm}^2 + 16 \text{ cm}^2 + 12 \text{ cm}^2 = 52 \text{ cm}^2$$

$$P_p = 52 \text{ cm}^2$$



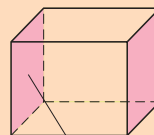
$$12 \text{ cm}^2$$

$$2 \cdot 12 \text{ cm}^2$$



$$8 \text{ cm}^2$$

$$2 \cdot 8 \text{ cm}^2$$



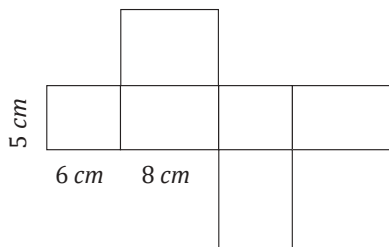
$$6 \text{ cm}^2$$

$$2 \cdot 6 \text{ cm}^2$$

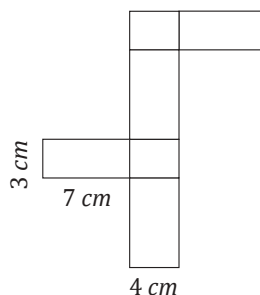
ZADANIA

- **Zadanie 1.** Oblicz pola powierzchni całkowitej prostopadłościanów, których siatki zostały narysowane poniżej.

a)

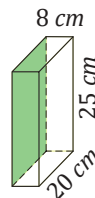
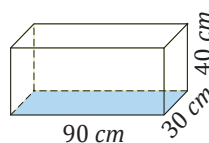
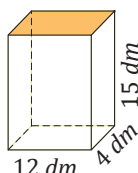
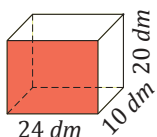


b)



- **Zadanie 2.** Spójrz na te prostopadłościany, odczytaj ich wymiary oraz oblicz pole ściany zamalowanej kolorem:

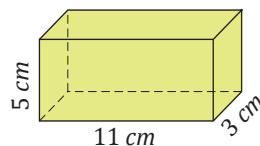
- czerwonym,
- zielonym,
- niebieskim,
- pomarańczowym.



Czy można obliczyć pole powierzchni prostopadłościanu, wiedząc jedynie, że suma pól jego trzech ścian o wspólnym wierzchołku wynosi 16 cm^2 ?
Jak to obliczyć?

- **Zadanie 3.** Oblicz pole powierzchni całkowitej:

- prostopadłościanu narysowanego obok,
- prostopadłościanu o wymiarach 10 dm , 7 dm , 6 dm ,
- prostopadłościanu o wymiarach 2 dm , 8 cm , 20 mm .



* Pole jednej ściany pewnego prostopadłościanu wynosi 24 cm^2 , a drugiej ściany – 12 cm^2 . Jakie wymiary może mieć ten prostopadłościan?

- **Zadanie 4.** Ewa miała pudełko w kształcie prostopadłościanu o wymiarach 4 cm , 10 cm , 8 cm . Okleiła je papierem kolorowym w następujący sposób:

- Do oklejenia ścian użyła kartek w trzech kolorach: czerwonym, zielonym i żółtym.
- Ściany równoległe okleiła jednakowym kolorem.
- Ścianę o największej powierzchni okleiła papierem czerwonym, a najmniejszej – papierem zielonym.

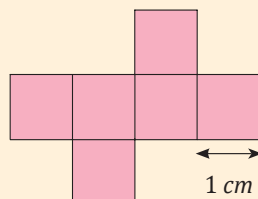
Ile papieru koloru czerwonego, a ile koloru zielonego i żółtego zużyła Ewa do oklejenia tego prostopadłościanu?

8.

Obliczamy pole powierzchni całkowitej sześcianu

Ćwiczenie 1.

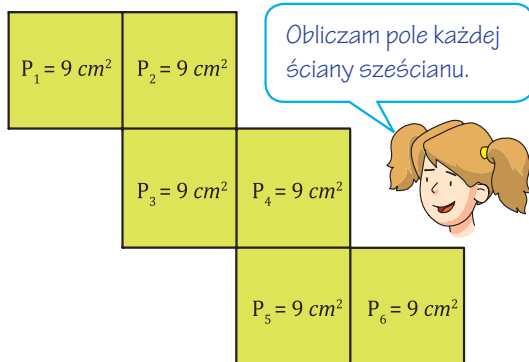
Oblicz pole powierzchni całkowitej sześcianu, którego siatkę narysowano obok.



Ćwiczenie 2.

Iza i Jarek obliczali pole powierzchni całkowitej sześcianu o krawędzi długości 3 cm. Zobacz, jak poradzili sobie z tym zadaniem.

Obliczenia Izy:



$$9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 54 \quad P_p = 54 \text{ cm}^2$$

Czy Iza i Jarek w taki sam sposób obliczali pole powierzchni całkowitej sześcianu? Wyjaśnij, na czym polega sposób Jarka.

Obliczenia Jarka:



$$6 \cdot 9 = 54 \quad P_p = 54 \text{ cm}^2$$

ZWRÓĆ UWAGĘ

Sześcian ma sześć ścian o takim samym polu. Zatem, obliczając jego pole powierzchni całkowitej, wystarczy obliczyć pole tylko jednej ściany, a następnie otrzymany wynik pomnożyć przez 6.

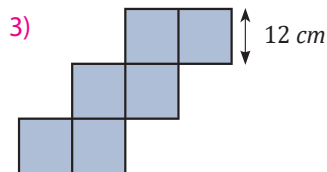
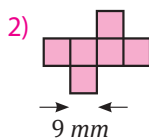
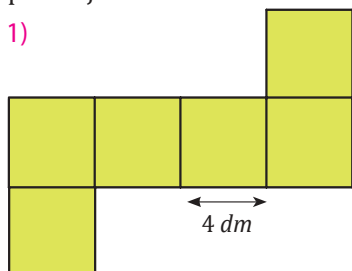
Przykłady:

1. Obliczamy pole jednej ściany sześcianu o krawędzi długości 3 cm:
 $3 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 9 \text{ cm}^2$.
2. Pole jednej ściany sześcianu mnożymy przez 6:
 $6 \cdot 9 \text{ cm}^2 = 54 \text{ cm}^2$.

ZADANIA

Zadanie 1.

- a) Narysuj siatkę sześcianu o krawędzi długości 2 cm, a następnie oblicz pole powierzchni całkowitej tego sześcianu. Na każdej ścianie zapisz jej pole.
- b) Oblicz pola powierzchni całkowitej sześcianów, których siatki przedstawiono poniżej.



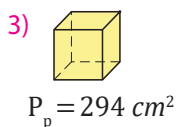
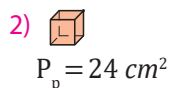
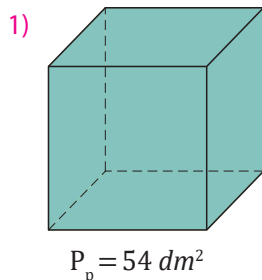
Zadanie 2. Suma długości wszystkich krawędzi sześcianu wynosi:

- a) 60 dm,
- b) 36 mm,
- c) 120 cm.

Oblicz pola powierzchni całkowitej tych sześcianów.

* Długość krawędzi zielonego pudełka w kształcie sześcianu wynosi 4 cm, a długość krawędzi żółtego pudełka jest 2 razy dłuższa. O ile cm^2 pole powierzchni całkowitej pudełka żółtego jest większe od pola powierzchni całkowitej pudełka zielonego?

Zadanie 3. Obok każdego narysowanego poniżej sześcianu zapisano jego pole powierzchni całkowitej:



- a) Oblicz pole powierzchni jednej ściany każdego sześcianu.
- b) Podaj długość krawędzi każdego sześcianu.

* Krzyś budował wieżę z pięciu jednakowych klocków w kształcie sześcianu, układając jeden klocek na drugim. Wykonaj rysunek pomocniczy i oblicz pole powierzchni całkowitej ułożonej wieży, wiedząc, że pole powierzchni całkowitej każdego klocka wynosi $96 cm^2$.

Zadanie 4. Obwód kwadratu będącego ścianą pewnego sześcianu wynosi 28 cm. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego sześcianu.

9.

Rozwiązujemy zadania tekstowe

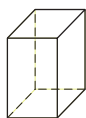
Ćwiczenie 1.

Zobacz, w jaki sposób Ania rozwiązała poniższe zadanie, a następnie stosując wszystkie kroki, rozwiąż kolejne zadania.

Suma długości trzech krawędzi prostopadłościanu o wspólnym wierzchołku wynosi 21 cm. Pierwsza z nich ma długość 5 cm, druga 7 cm. Jakie pole powierzchni całkowitej ma ten prostopadłościan?

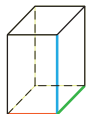
1 Zadaję pytanie: „O jakiej figurze jest mowa w zadaniu?”.

2 W zadaniu jest mowa o prostopadłościanie, dlatego wykonuję rysunek pomocniczy.



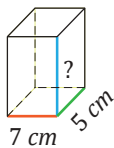
3 Zadaję pytanie: „Jakie informacje podane są w zadaniu?”. Podkreślam ważne informacje, wypisuję dane i zaznaczam je na rysunku.

• Zaznaczam na rysunku trzy krawędzie o wspólnym wierzchołku.



Suma długości trzech krawędzi o wspólnym wierzchołku wynosi 21 cm.

• Zaznaczam na rysunku długości podanych w zadaniu krawędzi.



Pierwsza z nich ma długość 5 cm, a druga 7 cm.

Dane:

krawędź a (czerwona) – 7 cm,

krawędź b (zielona) – 5 cm,

krawędź c (niebieska) – ?,

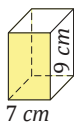
suma długości krawędzi a, b oraz c – 21 cm.

4 Czytam pytanie i zastanawiam się co muszę wiedzieć, aby poszukać na nie odpowiedzi. Wykonuję odpowiednie obliczenia, korzystając z danych i rysunku.

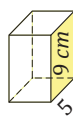
• Mam obliczyć pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu. W tym celu obliczam na początku długość krawędzi c (niebieskiej).

$$7 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 12 \text{ cm}, \quad 21 \text{ cm} - 12 \text{ cm} = 9 \text{ cm}$$

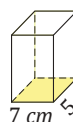
• Obliczam pola trzech zacieniowanych na żółto ścian.



$$P_1 = 7 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} = 63 \text{ cm}^2$$



$$P_2 = 5 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} = 45 \text{ cm}^2$$



$$P_3 = 7 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 35 \text{ cm}^2$$

• Obliczam pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu.

$$P_p = 2 \cdot P_1 + 2 \cdot P_2 + 2 \cdot P_3$$

$$P_p = 2 \cdot 63 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 45 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 35 \text{ cm}^2 = 126 \text{ cm}^2 + 90 \text{ cm}^2 + 70 \text{ cm}^2 = 286 \text{ cm}^2$$

5 Podaję i zapisuję odpowiedź.

Pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu wynosi 286 cm².

ZADANIA

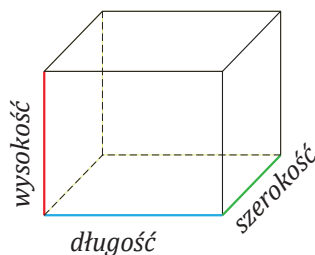
• **Zadanie 1.** Długość pewnego prostopadłościanu wynosi 60 cm , a jego szerokość jest 3 razy krótsza. Wysokość tego prostopadłościanu jest równa szerokości.

- Podaj wymiary tego prostopadłościanu.
- Oblicz sumę długości wszystkich jego krawędzi.
- Oblicz pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu.

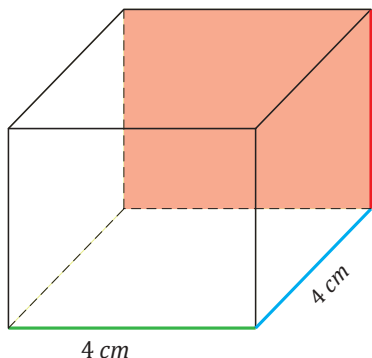
* Jakie pole powierzchni całkowitej może mieć prostopadłościan, którego suma trzech krawędzi o wspólnym wierzchołku wynosi 15 cm ? Podaj kilka możliwości.



Długość, wysokość i szerokość prostopadłościanu to jego wymiary.



• **Zadanie 2.** Pole ściany zamalowanej odcieniem koloru czerwonego wynosi 12 cm^2 . Krawędzie niebieska i zielona mają długość 4 cm .



- Podaj wymiary ściany zamalowanej kolorem czerwonym.
- Ile ścian o powierzchni 12 cm^2 ma ten prostopadłościan?
- Oblicz pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu.

• **Zadanie 3.** Państwo Żakowie mają basen w kształcie prostopadłościanu, którego głębokość wynosi 2 m , szerokość 5 m , a długość 10 m . Ile metrów kwadratowych kafelków muszą kupić, aby wyłożyć dno i ściany tego basenu?



Ewa rozwiązała zadanie 3. Przyjrzyj się temu rozwiązaniu. Czy dziewczynka poprawnie wykonała zadanie? Uzasadnij swoją odpowiedź.

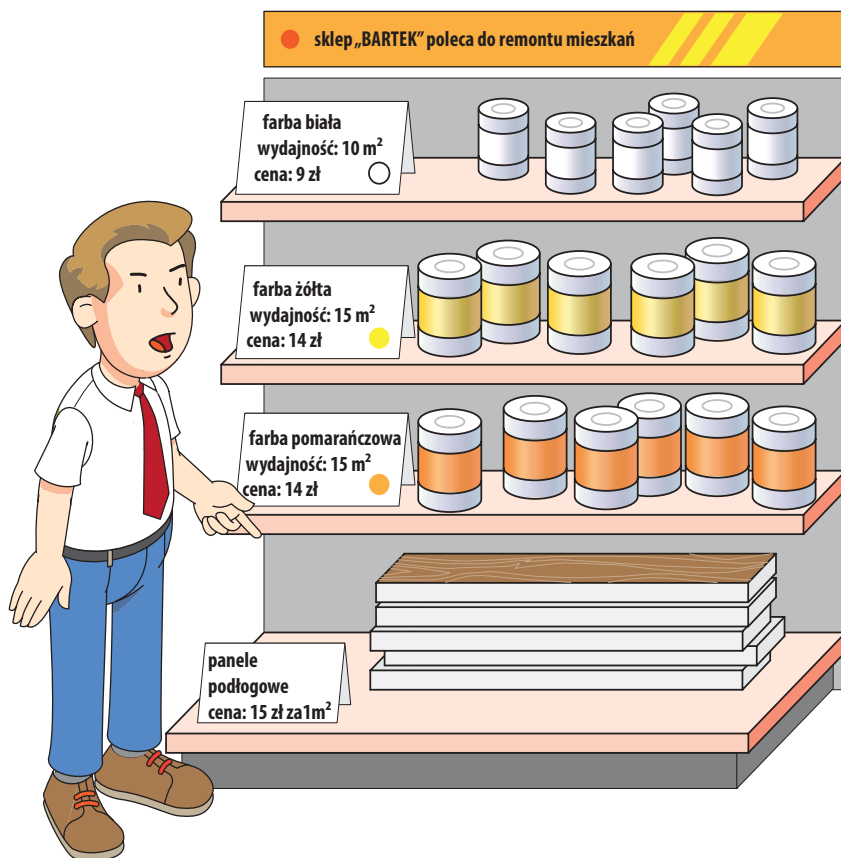
Rozwiązanie Ewy:

$$2 \cdot 2\text{ m} \cdot 5\text{ m} + 2 \cdot 5\text{ m} \cdot 10\text{ m} + 2 \cdot 2\text{ m} \cdot 10\text{ m} = 20\text{ m}^2 + 100\text{ m}^2 + 40\text{ m}^2 = 160\text{ m}^2$$

Do wyłożenia ścian i dna basenu potrzeba 160 m^2 kafelków.



- * **Zadanie 4.** Państwo Kowalscy remontują mieszkanie. W pokoju, którego długość wynosi 6 m , szerokość 5 m , a wysokość 3 m , chcą: położyć panele na podłodze, pomalować sufit na biało, pomalować dwie ściany na kolor żółty, a dwie na pomarańczowy. W tym celu kupują farby i panele w sklepie „Bartek”.



- Ile puszek białej farby muszą kupić państwo Kowalscy, aby starczyło na pomalowanie sufitu?
- Ile puszek żółtej farby muszą kupić państwo Kowalscy, aby starczyło na pomalowanie dwóch sąsiadujących ze sobą ścian (na których nie ma ani okien, ani drzwi)?
- Ile paneli o powierzchni 1 m^2 powinni kupić państwo Kowalscy, aby starczyło na wyłożenie podłogi w pokoju?
- * Ile puszek pomarańczowej farby muszą kupić państwo Kowalscy, aby starczyło na pomalowanie dwóch pozostałych ścian, skoro wiedzą, że na jednej z nich znajduje się okno o długości 2 m i szerokości 1 m , a na drugiej ścianie – drzwi o szerokości 1 m i wysokości 2 m ?

10. Powtarzamy wiadomości

Ćwiczenie 1.

Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi prostopadłościanów o wymiarach:

- a) 20 cm, 3 cm, 4 cm, b) 5 cm, 2 cm, 5 cm, c) 8 cm, 30 mm, 1 dm.

Ćwiczenie 2.

Narysuj siatki prostopadłościanów o krawędziach długości:

- a) 5 cm, 1 cm, 4 cm, b) 6 cm, 2 cm, 6 cm, c) 3 cm, 70 mm, 4 cm.

Jednakowym kolorem zamaluj ściany równoległe.

Ćwiczenie 3.

Oblicz pola powierzchni całkowitej prostopadłościanów, o których mowa w ćwiczeniu 2.

ZADANIA TESTOWE

Zadanie 1.

Dokończ zdania. Wybierz odpowiedzi spośród podanych.

1.1. Suma trzech krawędzi sześcianu wynosi 15 dm, a suma wszystkich krawędzi tego sześcianu jest równa ? .

- A. 45 dm B. 90 dm C. 60 dm D. 180 dm

1.2. Pole jednej ściany sześcianu wynosi 16 cm², a pole powierzchni tego sześcianu jest równe ? .

- A. 42 cm² B. 96 cm² C. 64 cm² D. 192 cm².

Zadanie 2.

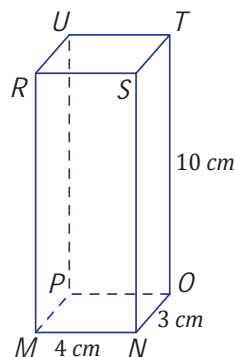
Wskaż zdania nieprawdziwe.

- A. Prostopadłościan ma 8 wierzchołków, 6 ścian i 8 krawędzi.
 B. Każde dwie ściany prostopadłościanu o wspólnej krawędzi mają takie same wymiary.
 C. W prostopadłościanie o wymiarach 5 cm x 8 cm x 5 cm cztery ściany są kwadratami.

ZADANIA

- **Zadanie 1.** Spójrz na prostopadłościan $MNOPRSTU$ oraz uzupełnij lub dokończ zdania.

- Krawędzie **?** mają długość 4 cm .
- Krawędź TO oraz **?** mają taką samą długość.
- Suma krawędzi RU , UP oraz UT wynosi **?**.
- Suma krawędzi **?** wynosi 17 cm .
- Krawędź długości 10 cm jest wspólną krawędzią ścian **?**.
- Pole ściany **?** wynosi 12 cm^2 .



- **Zadanie 2.**

- Narysuj prostopadłościan, który ma trzy krawędzie różnej długości, oraz sześciąt, a następnie odpowiedz na pytanie:

Dlaczego każdy sześciąt jest prostopadłościanem?

Podaj jak najwięcej argumentów. Swoje odpowiedzi zapisz obok rysunku.

- Oceń, czy poniższe zdanie jest prawdziwe:

Każdy prostopadłościan jest sześciątem.



Chcąc udowodnić, że zdanie nie jest prawdziwe, warto narysować chociaż jeden taki prostopadłościan, który nie jest sześciątem.

- **Zadanie 3.** Kasia zbudowała szkielet prostopadłościanu z drutu długości 64 cm . Dwie krawędzie zbudowanego przez dziewczynkę prostopadłościanu miały długości 8 cm i 3 cm . Jaką długość miały pozostałe krawędzie tego prostopadłościanu?

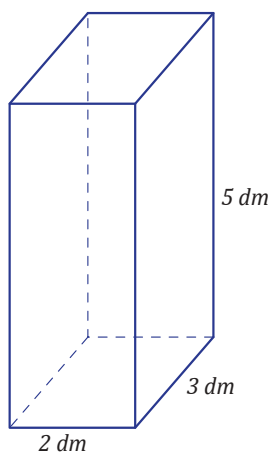


Zanim przystąpisz do rozwiązania tego zadania, sporządź rysunek pomocniczy. Narysuj prostopadłościan i zaznacz jednakowym kolorem krawędzie tej samej długości.

- **Zadanie 4.** Narysuj siatkę prostopadłościanu, którego każda krawędź jest o $6\text{ cm } 5\text{ mm}$ krótsza od najdłuższej krawędzi prostopadłościanu narysowanego w zadaniu 1.

Jak nazywa się prostopadłościan, którego siatkę masz narysować?

- **Zadanie 5.** Ewa, Jola i Igor mieli obliczyć sumę pól trzech dowolnych ścian narysowanego poniżej prostopadłościanu. Każde z dzieci otrzymało inny wynik.



Wynik Ewy:

31 dm^2



Wynik Joli:

22 dm^2



Wynik Igora:

36 dm^2



- Wyjaśnij, dlaczego każde dziecko otrzymało inny wynik.
- Sumę pól których ścian obliczała Ewa, a których Jola i Igor?

* Ile różnych wyników można jeszcze podać?

Odpowiedzi do wybranych zadań w rozdziale: **IV. GEOMETRIA PRZESTRZENNA**

- 2. Zad.2** *a) tak, b) nie; **Zad.4** a) 4, b) 8, c) 27, d) 7 cm, 13 cm, 7 cm, 13 cm.
- 3. Zad.3** a) 3 razy, b) czerwony – 24 cm, żółty – 12 cm, zielony – 12 cm, fioletowy – 8 cm, brązowy – 6 cm; **Zad.4** *) 3 cm.
- 6. Zad.1** a) 5 m i 4 m, 20 m², b) 4 m i 3 m, 12 m², c) 5 m i 3 m, 15 m², d) 15 m²; **Zad.3** *) 4 dm, 6 dm, 8 dm; **Zad. 4** a) 15 cm², 18 cm², 30 cm², b) 15 cm², 18 cm², 30 cm².
- 8. Zad.2** *) 288 cm²; **Zad.3** *) 352 cm²; **Zad.4** 294 cm².
- 9. Zad.1** a) 60 cm, 20 cm, 20 cm; **Zad.2** a) 3 cm, 4 cm, b) 4, c) 80 cm²; **Zad. 4** a) 3 puszki, b) 3 puszki, c) 30 paneli, *d) 2 puszki.